

ガウス(1777年-1855年)の業績

ガウスはケプラーの法則とニュートンの万有引力を使って天文学を発展させたが、その業績は多岐に亘っており、数学や電磁気学にも及んでいる。

1795年: 観測誤差から求める最小二乗法の発見

1796年: 幾何学における正17角形作図の証明

1801年: 小惑星ケレスの公転軌道を決定

1807年: ゲッティンゲン天文台長に就任

1807年: ガウス式レンズの光学設計

1807年: 楕円関数の惑星摂動運動への応用

1811年: ガウス平面(複素数平面)の提言

1818年: 地図のガウス・クリューゲル図法を考案

1827年: 微分幾何学におけるガウスの定理

1831年: 電磁気学におけるガウスの法則

1832年: ボイヤと共に双曲幾何学の発見

①ガウス式レンズ

ガウスは望遠鏡用として設計したが、後にツァイスがガウスレンズを2つ対向させたダブルガウスレンズを写真用標準レンズとして採用し、ガウス式レンズとして広く知られている。

②楕円関数の惑星摂動運動への応用

歴史的には、楕円関数の研究は、18世紀、楕円とレムニスケート(連珠形)の弧長の研究から始まり、オイラー、ガウスによって楕円積分と楕円関数へと進んでいった。

当初よりレムニスケートは楕円関数と呼ばれていたものではなく、円(三角関数)に似た加法公式がレムニスケートでも成り立つことから、ガウスはレムニスケートの弧長の逆関数を考えた。

そして、楕円関数の最も顕著な特徴が二重周期性であったことから、二重周期を持つ関数を楕円関数と呼ぶようになった。

$$u = F(x, k) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} dt = \int_0^\phi \frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}} d\theta$$

のとき、

$$\operatorname{sn} u = \operatorname{sn}(u, k) = F^{-1}(u, k) = x = \sin \phi,$$

$$\operatorname{cn} u = \sqrt{1 - \operatorname{sn}^2 u} = \cos \phi,$$

$$\operatorname{dn} u = \sqrt{1 - k^2 \operatorname{sn}^2 u} = \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}.$$

$$\operatorname{ns} u = 1/\operatorname{sn} u = \operatorname{cosec} \phi, \quad \operatorname{nc} u = 1/\operatorname{cn} u = \sec \phi, \quad k \operatorname{nd} u = 1/\operatorname{dn} u.$$

$$\operatorname{sc} u = \operatorname{sn} u/\operatorname{cn} u = \tan \phi, \quad \operatorname{cs} u = \operatorname{cn} u/\operatorname{sn} u = \cot \phi$$

$$\operatorname{sd} u = \operatorname{sn} u/\operatorname{dn} u, \quad \operatorname{ds} u = \operatorname{dn} u/\operatorname{sn} u$$

$$\operatorname{cd} u = \operatorname{cn} u/\operatorname{dn} u, \quad \operatorname{dc} u = \operatorname{dn} u/\operatorname{cn} u$$

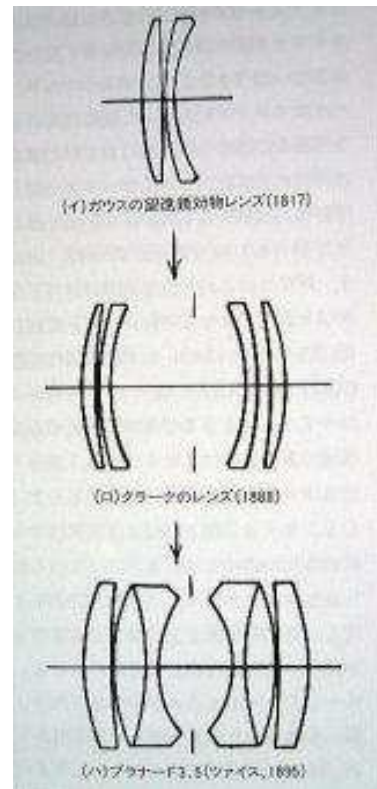
をヤコービの楕円関数という。

k を母数という。母数は

$0 < |k| < 1$ とするのが普通であるが、極限を考えて

$k = 0$ とすると三角関数、

$k = 1$ とすると双曲線関数が現れる。



太陽のまわりの惑星の運動も惑星のまわりの月の運動も、ケプラー運動によってよく表されるが、正確に言えば、他の星の影響があり、実際の運動はもっと複雑であってこの違いを摂動という。

この摂動を方程式で求めることは不可能だが、観測結果から楕円関数で近似することは可能である。

人工衛星や惑星探査機の打ち上げに今でも楕円関数による近似式を使って軌道計算をしている。