

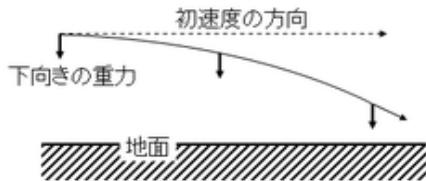
人工衛星の打ち上げ

人工衛星の運動は近似的にニュートン力学の範囲で記述可能であり、その結果はケプラーの法則にしたがう(別に人工衛星に限らない)。但し、重力を及ぼしあう複数の物体の運動は、物体数が3以上の場合では解析的に解くことができない(多体問題)。

このため物体数を2個、すなわち地球と人工衛星のみとして(二体問題)解き、他の天体、例えば太陽や月の重力による影響を摂動として加えて実用的な解を得るのが普通である。

→ガウスが発見した楕円関数の惑星摂動運動への応用を使っている

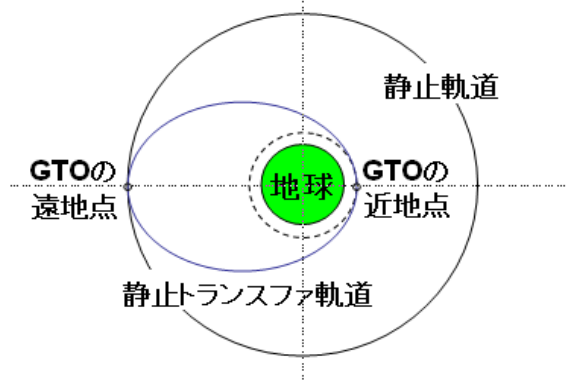
①地球が平面の場合



②地球は球なので、下記で円軌道

高度	初速 (km/s)	周期(分)
1m	7.9064	84.37
1km	7.9058	84.39
10km	7.9	84.57
100km	7.85	86.36
1,000km	7.35	105
10,000km	4.93	347.6
35,786km	3.07	1,436 (1恒星日 ...静止衛星 星となる)

③実際の静止衛星の打ち上げ方



④惑星探査機の打ち上げ方

7.9km/sだと円軌道になり、それ以上の速度で打ち上げると楕円軌道になる。
11.2km/s以上だと放物線軌道になり、地球の引力から脱出することができる。

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2}v_1 = 11.2\text{km/s}$$

万有引力定数: $G(6.67 \times 10^{-11}\text{m}^3\text{s}^{-2}\text{kg}^{-1})$

地球質量: $M(5.97 \times 10^{24}\text{kg})$

地球半径: $R(6.36 \times 10^6\text{m})$

⑤太陽脱出速度

太陽質量: 33万倍

太陽半径: 100倍

$v = 11.2 \times \sqrt{(33\text{万}/100)} = 643\text{km/s}$

⑥脱出速度が光速を超える質量

光速: 30万km/s

$m = (30\text{万}/643)^2 = 22\text{万倍}$

つまり、太陽の大きさをそのままにして質量を22万倍にするとブラックホールになる。

銀河系中心の射手座Aの質量は太陽の400万倍なので、光が脱出することができない。

乙女座銀河団の質量は太陽の10の14乗倍もあり、中心に超大ブラックホールがある。